

文章编号:

# 原子核巨单极共振的统一描述与核物质不可压缩系数

牛一斐<sup>1,2</sup>, 李征征<sup>1,2</sup>

(1. 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000;  
2. 兰州大学稀有同位素前沿科学中心, 兰州 730000)

**摘要:** 原子核同位旋标量巨单极共振的研究是约束核物质不可压缩系数  $K_\infty$  的重要途径, 对理解核天体物理现象提供了重要的信息。目前巨单极共振研究中存在的主要问题是 Pb 和 Sn 中巨单极共振不能够同时描述的矛盾, 它阻碍了核物质不可压缩系数的精确约束。本文综述了准粒子无规相位近似理论和准粒子振动耦合理论对该问题的研究进展。

**关键词:** 原子核同位旋标量巨单极共振; 核物质状态方程; 准粒子无规相位近似; 准粒子振动耦合效应

**中图分类号:** O571.53 **文献标志码:** A **DOI:**

## 1 引言

核物质是由质子和中子组成并忽略库仑相互作用的均匀无限大体系, 是核物理和核天体物理研究中的重要理想体系。核物质的每核子能量随着温度和密度的演化又称为核物质状态方程 (EoS), 它对于研究原子核结构、描述重离子碰撞过程、理解核天体物理现象具有重要的意义<sup>[1-4]</sup>。在零温下, 核物质状态方程可以写为密度  $\rho$  和局域不对称度  $\delta = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  的函数, 分别在饱和密度 ( $\rho = \rho_0$ ) 处和对称核物质 ( $\delta = 0$ ) 处做泰勒展开, 可得到如下方程:

$$E(\rho, \delta) = E_0 + \frac{1}{2}K_\infty \left( \frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0} \right)^2 + \dots + S(\rho)\delta^2 + \dots \quad (1)$$

其中  $\rho_0$  为核物质饱和密度,  $E_0$  为饱和密度处对称核物质的每核子能量, 约为  $-16 \text{ MeV}$ <sup>[5]</sup>。  $S(\rho)$  为对称能, 其约束一直是开放性难题, 相关讨论可参考文献<sup>[1,3,6]</sup>。  $K_\infty$  称为核物质不可压缩系数, 是核物质状态方程的关键参数, 然而对于它的约束目前尚存在矛盾。

原子核同位旋标量巨单极共振 (ISGMR), 又称为“呼吸模式”, 表现为质子和中子在径向方向的同相位小振幅振动, 因此反映了核物质的不可压缩特性<sup>[7-9]</sup>。其能量  $E_{\text{ISGMR}}$  与原子核的压缩模量  $K_A$  满足  $E_{\text{ISGMR}} \propto \sqrt{K_A}$ <sup>[10]</sup>。研究发现, 对于中等质量核或者重核, 满足  $K_A \propto K_\infty$ <sup>[11-12]</sup>, 因此  $E_{\text{ISGMR}} \propto \sqrt{K_\infty}$ 。实验上通过对巨单极共振强度分布进行测量, 可以对核物质不可压缩系数给出有效的约束<sup>[12-13]</sup>。

实验上, 原子核同位旋标量巨单极共振一般通过小角度同位旋标量粒子非弹性散射结合多级分解分析得到<sup>[9]</sup>。目前, RCNP (Research Center for Nuclear Physics, Osaka University) 和 TAMU (Texas A&M University) 对  $A = 16 \sim 208$  约 40 个核素的同位旋标量巨单极共振进行了测量。利用  $^{208}\text{Pb}$ <sup>[14-18]</sup> 和  $^{90}\text{Zr}$ <sup>[18-20]</sup> 的测量结果, 可以得到核物质不可压缩系数为  $K_\infty = 240 \pm 20 \text{ MeV}$ <sup>[9]</sup>。然而,  $^{112-124}\text{Sn}$  同位素链的测量结果则表明: 能够重现  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{90}\text{Zr}$  巨单极共振能量的理论模型往往高估 Sn 同位素巨单极共振能量约 1 MeV。因此, 若采用实验测量的 Sn 同位素巨单极共振能量约束不可压缩系数, 得到的核物质不可压缩系数比  $^{208}\text{Pb}$  给出的约小 30 MeV, 即“为什么 Sn 同位素给出的状态方程这么软”这一著名谜题<sup>[21-22]</sup>。之后, 在  $^{106,110-116}\text{Cd}$ <sup>[23]</sup> 和  $^{94-100}\text{Mo}$ <sup>[24]</sup> 同位素中也发现了状态方程较“软”的问题。如何实现不同原子核中巨单极共振的统一描述, 从而得到统一的不可压缩系数是一个亟待解决的重要问题。

本文对球形核中该问题的研究进展进行了综述。在第2节中对描述巨共振的常用微观理论模型进行了介绍, 包括准粒子无规相位近似理论和准粒子振动耦合理论。在第3节中, 综述了基于准粒子无规相位近似理论对这一问题的研究。在第4节中, 综述了考虑更高阶多体关联后, 利用准粒子振动耦合模型对这一问题的研究进展。最后给出了总结与展望。

收稿日期: 2024-04-08; 修改日期: 2024-04-08

基金项目: 国家重点研发计划青年科学家项目 (2021YFA1601500); 国家自然科学基金面上项目 (12075104)

作者简介: 牛一斐 (1986-), 女, 河南许昌人, 教授, 博士, 从事原子核与粒子物理研究; E-mail: niuyf@lzu.edu.cn

## 2 理论框架

### 2.1 准粒子无规相位近似 (QRPA) 理论

在 QRPA 理论中, 巨共振被视为两准粒子产生、湮灭的相干叠加, 相应的产生算符为

$$Q_n^\dagger = \sum_{a < b} X_{ab}^{(n)} \beta_a^\dagger \beta_b^\dagger - Y_{ab}^{(n)} \beta_b \beta_a, \quad (2)$$

其中  $\beta^\dagger$  ( $\beta$ ) 为准粒子  $a, b$  的产生 (湮灭) 算符,  $X_{ab}^{(n)}, Y_{ab}^{(n)}$  为本征态  $n$  相应的跃迁振幅。根据运动方程的思想<sup>[25]</sup>, 可以得到 QRPA 方程

$$\sum_{a' < b'} \begin{pmatrix} A_{ab, a' b'} & B_{ab, a' b'} \\ -B_{ab, a' b'}^* & -A_{ab, a' b'}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{a' b'}^{(n)} \\ Y_{a' b'}^{(n)} \end{pmatrix} = E_n \begin{pmatrix} X_{ab}^{(n)} \\ Y_{ab}^{(n)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中  $E_n$  为相对于基态的激发能, 矩阵元  $A, B$  的详细形式见文献<sup>[26-27]</sup>。由于粒子数守恒破缺, QRPA 方程的解  $|n'\rangle$  会存在假态, 可以通过假态  $|s\rangle$  与物理态的正交性, 得到去除假态后的真实物理态波函数  $|n\rangle$ <sup>[28]</sup>,

$$|n\rangle = |n'\rangle - \alpha |s\rangle, \quad (4)$$

其中  $|s\rangle$  为假态, 正比于  $\langle ab | \hat{N} | 0 \rangle$ ,  $\hat{N}$  为粒子数算符,  $|0\rangle$  为基态,  $\alpha$  通过正交关系  $\langle n | \hat{N} | 0 \rangle = 0$  得到。

基态  $|0\rangle$  到激发态  $|n\rangle$  的跃迁强度通过

$$B_n = |\langle n | \hat{F} | 0 \rangle|^2 \quad (5)$$

给出。对于同位旋标量巨单极共振, 跃迁算符  $\hat{F} = \sum_{i=1}^A r_i^2$ 。

由于 QRPA 给出的强度为分立的跃迁强度, 为了与实验进行比较, 通常采用 Lorentz 平滑处理。相应的  $k$ -阶能量权重的求和规则为

$$m_k = \sum_n B_n E_n^k. \quad (6)$$

### 2.2 准粒子无规相位近似 (QRPA)+ 准粒子振动耦合理论 (QPVC)

在 QRPA + QPVC 理论中, 除包含了两准粒子产生、湮灭的贡献外, 还包含了两准粒子与声子态耦合的贡献, 相应的产生算符定义为

$$Q_v^\dagger = Q_v^\dagger + \sum_{a < b, n} (X_{abn}^{(v)} \beta_a^\dagger \beta_b^\dagger Q_n^\dagger - Y_{abn}^{(v)} Q_n \beta_b \beta_a), \quad (7)$$

其中  $Q^\dagger$  为 QRPA 本征态 (这里称为声子态) 的产生算符,  $X^{(v)}, Y^{(v)}$  为 QPVC 本征态  $v$  相应的跃迁振幅。根据运动方程的思想<sup>[25]</sup>, 可以得到 QRPA + QPVC 方程。进一步将其投影到由 QRPA 方程本征矢  $\{n, \bar{n}\}$  (其中  $\bar{n}$  为负能态对应的本征矢) 为基矢的空间, 可以得到 QRPA + QPVC

方程为

$$\begin{pmatrix} D + \mathcal{A}_1 & -\mathcal{A}_2 \\ \mathcal{A}_3 & \bar{D} - \mathcal{A}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F^{(v)} \\ \bar{F}^{(v)} \end{pmatrix} = (\Omega_v - i \frac{\Gamma_v}{2}) \begin{pmatrix} F^{(v)} \\ \bar{F}^{(v)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中  $D, \bar{D}$  分别为 QRPA 正、负能本征值构成的对角矩阵,  $\Omega_v$  代表 QRPA + QPVC 方程的本征能量,  $\Gamma_v$  代表宽度, 相应的本征波函数为

$$|v\rangle = \sum_n F_n |n\rangle - \bar{F}_n |\bar{n}\rangle. \quad (9)$$

$\mathcal{A}_i (i = 1, 2, 3, 4)$  写为

$$(\mathcal{A}_i)_{s_i s'_i} = \sum_{ab, a' b'} X_{ab}^{(s_i)*} X_{a' b'}^{(s'_i)} W_{ab, a' b'}(E) + Y_{ab}^{(s_i)*} Y_{a' b'}^{(s'_i)} W_{ab, a' b'}(-E)^*, \quad (10)$$

对于  $i$  取不同值时有  $s_1 s'_1 = nn', s_2 s'_2 = n\bar{n}', s_3 s'_3 = \bar{n}n', s_4 s'_4 = \bar{n}\bar{n}'$ 。  $W(E)$  写为

$$W_{ab, a' b'}(E) = \sum_{a_1 < b_1, n} \frac{\langle ab | H | a_1 b_1, n \rangle \langle a_1 b_1, n | H | a' b' \rangle}{E - (E_n + E_{a_1} + E_{b_1}) + i\epsilon}, \quad (11)$$

其中  $H$  为哈密顿量算符,  $\epsilon$  为一个任意小量, 在具体求解过程可取为 0.5 MeV,  $a_1 b_1, n$  为中间态。

值得注意的是, 在密度泛函相互作用拟合时, 一般要求对原子核性质给出最好的描述, 因此在参数中已经隐式包含了一部分来自超越平均场效应的贡献。在 QRPA + QPVC 计算时, 为了避免重复计算, 可以采用 subtraction 方法<sup>[29]</sup>, 这种方法进一步保证了方程的稳定性。

由于 QRPA + QPVC 矩阵为复对称矩阵, 其强度函数的定义如下

$$S(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_v \langle 0 | \hat{F} | v \rangle^2 \frac{1}{E - \Omega_v + i(\frac{\Gamma_v}{2} + \eta)} \quad (12)$$

其中  $\eta$  在计算时可取为 0.5 MeV。相应的  $k$ -阶能量权重的求和规则为

$$m_k = \int_0^\infty S(E) E^k dE. \quad (13)$$

## 3 QRPA 理论下的研究

Sn 同位素状态方程较“软”这一问题的提出是根据无规相位近似 (RPA) 理论, 没有考虑对关联效应的影响。<sup>112~124</sup>Sn 同位素中子数为 62 ~ 74, 位于幻数  $N = 50$  和 82 之间, 因此, 在巨单极共振的计算中, 需要自洽考虑对关联效应。

文献<sup>[31]</sup> 利用非自洽 QRPA 理论指出对关联效应使 Sn 同位素巨单极共振能量约向低能方向移动 100-150 keV。文献<sup>[28]</sup> 利用自洽 QRPA 理论研究了对关联效应

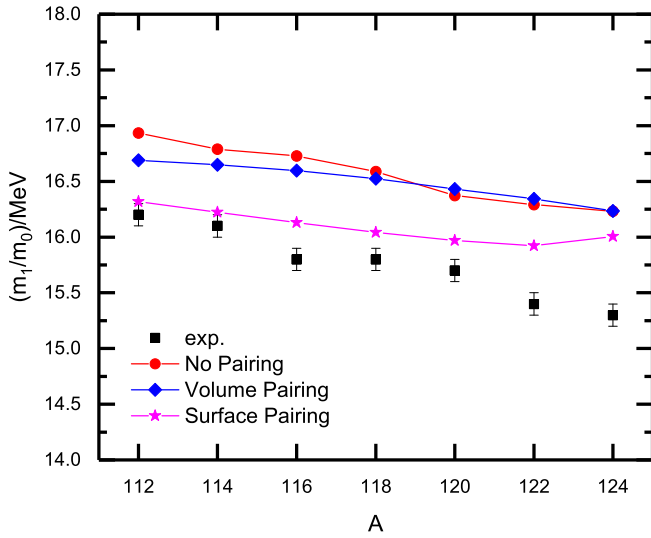


图 1 (Color online) 基于 QRPA 模型, 采用 Skyrme 相互作用 SkM\*, 对关联效应对 Sn 同位素同位旋标量巨单极共振能量的影响。其中, 黑色方形为实验值<sup>[30]</sup>, 红色圆形为没有考虑对关联的 RPA 模型计算结果, 蓝色菱形为采用体积对力的 QRPA 模型计算结果, 紫红色五角星为采用表面对力的 QRPA 模型计算结果。理论计算结果取自文献<sup>[28]</sup>。

对理解“为什么 Sn 同位素给出的状态方程这么软”这一问题的作用, 如图 1 所示。以 Skyrme 相互作用 SkM\*<sup>[32]</sup> 为例, 其中黑色方形为实验值<sup>[30]</sup>, 红色圆形为没有考虑对关联的 RPA 模型计算结果, 蓝色菱形为采用体积对力的 QRPA 模型计算结果, 紫红色五角星为采用表面对力的 QRPA 模型计算结果。相关结果取自文献<sup>[28]</sup>。从图中可以看出, 对于  $^{112-118}\text{Sn}$ , 考虑体积对力后对巨单极共振能量的描述略微改善, 但仍然高估实验值  $0.5 \sim 0.8 \text{ MeV}$ 。对于  $^{120-124}\text{Sn}$ , 考虑体积对力对巨单极共振能量的描述没有改善。而考虑表面对力,  $^{112-120}\text{Sn}$  同位素的巨单极共振能量描述得到了大幅度改善, 仅略微高估实验值。然而, 对  $^{122-124}\text{Sn}$  的描述仅略有改善, 仍严重高估实验值。

图 2 给出了 QRPA 理论对  $^{120}\text{Sn}$  中同位旋标量巨单极共振强度分布的描述, 采用 Skyrme 相互作用 SkM\*。其中土黄色叉号为实验结果<sup>[30]</sup>, 黑色虚线为采用体积对力的 QRPA 模型计算结果, 黑色实线为采用表面对力的 QRPA 模型计算结果。相关理论计算结果取自文献<sup>[28]</sup>。可以发现,  $^{120}\text{Sn}$  强度函数的实验分布呈现单峰结构, 且具有较宽共振宽度。而 QRPA 理论仅考虑了两准粒子激发的叠加, 不能够给出巨共振宽度, 因此, 无法描述实验上宽的共振峰, 并呈现出双峰结构。相比于采用体积对力的结果, 采用表面对力的计算结果显示, 第一个峰强度高于第二个峰, 因此对巨单极共振中心能量的描述

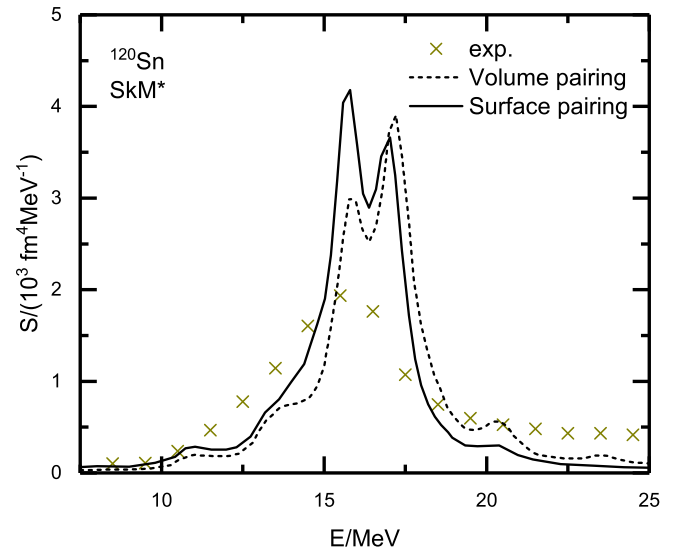


图 2 (Color online) 基于 QRPA 模型, 采用 Skyrme 相互作用 SkM\*, 对  $^{120}\text{Sn}$  中同位旋标量巨单极共振强度分布的描述。其中, 土黄色叉号为实验结果<sup>[30]</sup>, 黑色虚线为采用体积对力的 QRPA 模型计算结果, 黑色实线为采用表面对力的 QRPA 模型计算结果。相关结果取自文献<sup>[28]</sup>。

有了大幅度的改进, 但是其强度分布仍与实验结果有较大差别。

文献<sup>[33]</sup> 利用约束的 Hartree-Fock-Bogoliubov 方法, 以 Skyrme 相互作用 SLy4<sup>[34]</sup> 为例, 采用表面对力, 也发现考虑对关联有助于改进 Sn 同位素给出的状态方程较“软”。文献<sup>[35]</sup> 基于自洽 Hartree-Fock-BCS + QRPA 理论, 通过研究不同形式对力对  $^{106-116}\text{Cd}$  和  $^{112-124}\text{Sn}$  偶偶核巨单极共振能量的影响, 发现考虑对关联效应后, Skyrme 相互作用参数组 SkM\* 能够对 Cd 和 Sn 同位素链给出较好的描述, 但相应的不可压缩系数仍然相对较小。文献<sup>[36]</sup> 利用自洽 QRPA 理论, 采用 Skyrme 相互作用参数组 SLy4 和 UNEDF0<sup>[37]</sup>, 计算了整条 Sn 和 Pb 同位素链的偶偶核, 分析了可分离对力对这一问题的影响, 发现考虑可分离对力后, 仍然高估了 Sn 同位素的巨单极共振能量。

虽然表面对力有助于部分解决“为什么 Sn 同位素给出的状态方程这么软”这一问题, 然而, 能够重现 Pb 同位素巨单极共振能量的模型仍然高估了 Sn 同位素的中心能量。另一方面, 目前没有证据表明应该使用表面对力、体积对力或者其它形式的对力, 使用哪一种对力形式尚存在争议。因此, 对关联效应并不能完全解释这一问题。

另一方面, 文献<sup>[38]</sup> 提出了幻数增强机制来解释这一问题, 并预言: 若该机制成立, 则  $^{208}\text{Pb}$  的巨单极共振能量会显著高于其相邻同位素, 如  $^{206,210}\text{Pb}$ 。然而, 对 Pb 同位素链巨单极共振的实验测量结果表明,  $^{206,208,210}\text{Pb}$

的巨单极共振能量十分接近<sup>[14]</sup>, 因此排除了幻数增强机制。文献<sup>[39]</sup>通过构建混合模型实现了 Sn 同位素巨单极共振强度分布, 然而混合模型却低估了 <sup>208</sup>Pb 的巨单极共振能量。因此, “为什么 Sn 同位素给出的状态方程这么软” 是一个令人长期困扰的开放性问

#### 4 超越 QRPA 理论的研究

QRPA 理论仅考虑了两准粒子组态的贡献, 因此有其局限性, 主要表现在无法描述巨共振的宽度、能谱的精细结构以及到低激发态的衰变性质等。若要克服这些问题, 需要包含更高阶的组态, 如二阶无规相位近似 (SRPA) 理论<sup>[40-42]</sup>、准粒子振动耦合 (QPVC) 理论<sup>[43-47]</sup>等。由于两粒子两空穴组态空间非常大, 因此 SRPA 理论计算非常耗时, 因此, 很难进一步包含对关联效应。然而, QPVC 理论通过考虑两准粒子与声子的耦合来引入更高阶的关联效应, 近似等价地考虑了四准粒子组态的贡献, 计算量相比 SRPA 要小很多, 因此, 可以在包含对关联效应的基础上计算从轻到重的原子核。

目前, 基于 Skyrme 密度泛函和相对论密度泛函都发展了自洽的 QRPA + QPVC 理论, 并用于原子核巨共振的计算<sup>[46-47]</sup>。探索更高阶多体关联效应对原子核巨单极共振的影响具有重要意义。

##### 4.1 基于 Skyrme 密度泛函的非自洽 QPVC 理论研究

文献<sup>[48]</sup>利用了基于 Hartree-Fock-BCS 的 QRPA + QPVC 理论对这一问题进行了探索。研究采用 T5 ( $K_\infty = 202\text{MeV}$ ) 和 T6 ( $K_\infty = 236\text{MeV}$ ) 两组 Skyrme 参数<sup>[49]</sup>。然而, 由于 T5 和 T6 均不能够给出与实验相符的声子态激发能量和跃迁几率, 因此, 没有采用自洽计算给出声子态。在声子态的计算中, 基于 T5 相互作用, 采用 Landau-Migdal 近似, 调节相互作用参数以重现  $2_1^+$ 、 $3_1^-$  的实验值。

图 3 给出了基于 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论, 采用 Skyrme T5 相互作用, 计算得到的 Sn 同位素链同位旋标量巨单极共振强度随能量的分布。其中, 土黄色叉号为实验结果<sup>[30]</sup>, 黑色虚线表示自洽 QRPA 计算的结果, 红色实线为 QRPA + QPVC 计算的结果。QRPA+QPVC 模型中声子态的计算采用了 Landau-Migdal 近似。相关结果取自文献<sup>[48]</sup>。从图中可以发现, 自洽 QRPA 理论可以对实验值的中心能量给出很好的描述。由于 T5 相互作用的不可压缩系数较小 ( $K_\infty = 202\text{ MeV}$ ), 因此说明了 Sn 同位素状态方程较“软”。另一方面, 由于 QRPA 理论不能给出宽度, 其强度函数峰值均高估了实验值约 1 倍。在考虑准粒子振动耦合效应后, 能够很好地给出巨单极共振宽度。然而, 其中心能量基本没有变化, 即

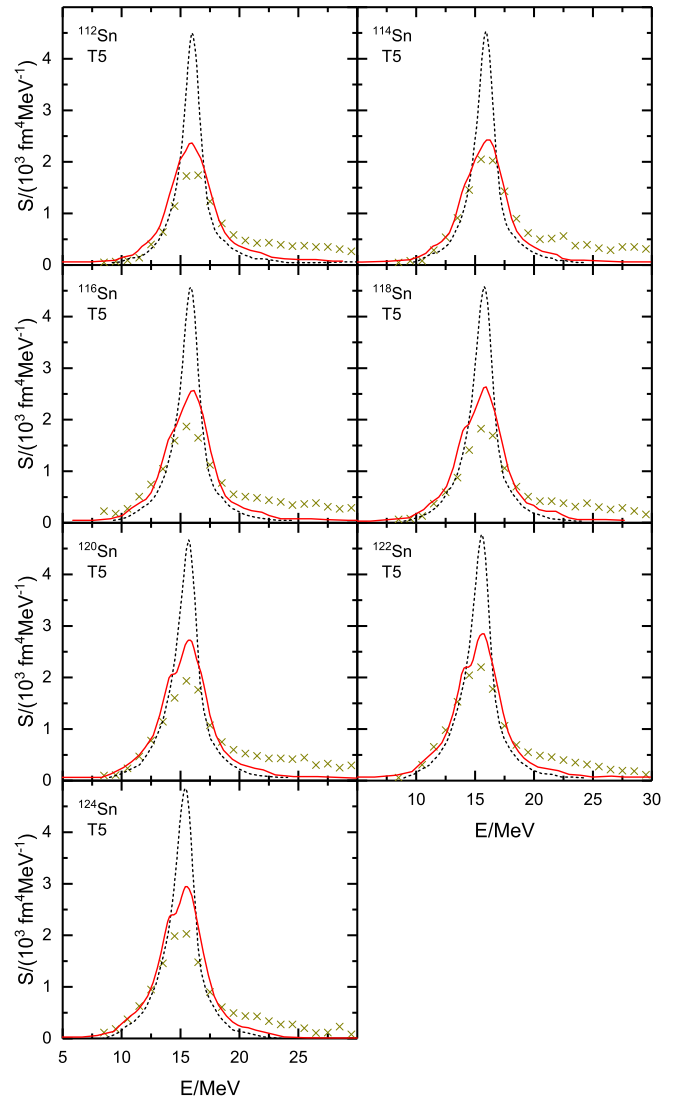


图 3 (Color online) 采用 Skyrme T5 相互作用参数, 基于 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论计算的 Sn 同位素链同位旋标量巨单极共振强度分布。其中, 土黄色叉号为实验结果<sup>[30]</sup>, 黑色虚线为自洽 QRPA 计算的结果, 红色实线为 QRPA + QPVC 计算的结果, 声子态的计算采用了 Landau-Migdal 近似。相关结果取自文献<sup>[48]</sup>。

在非自洽的 QRPA + QPVC 理论中, 仍然存在 Sn 同位素链给出的状态方程较“软”的问题。

##### 4.2 基于 Skyrme 密度泛函的自洽 QPVC 理论研究

文献<sup>[46]</sup>基于 Skyrme Hartree-Fock-Bogoliubov (SHFB) 发展了完全自洽的 QRPA+QPVC 理论, 并将其应用于原子核巨单极共振的研究。

图 4 给出了 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论计算的 <sup>208</sup>Pb, <sup>120</sup>Sn 和 <sup>48</sup>Ca 中同位旋标量巨单极共振强度函数随能量的分布。左图为采用 Skyrme 参数组 SV-K226<sup>[51]</sup>的结果 (取自文献<sup>[46]</sup>), 右图为采用 Skyrme 参数组 KDE0<sup>[52]</sup>的结果。总体来看, 考虑 QPVC 效应后,



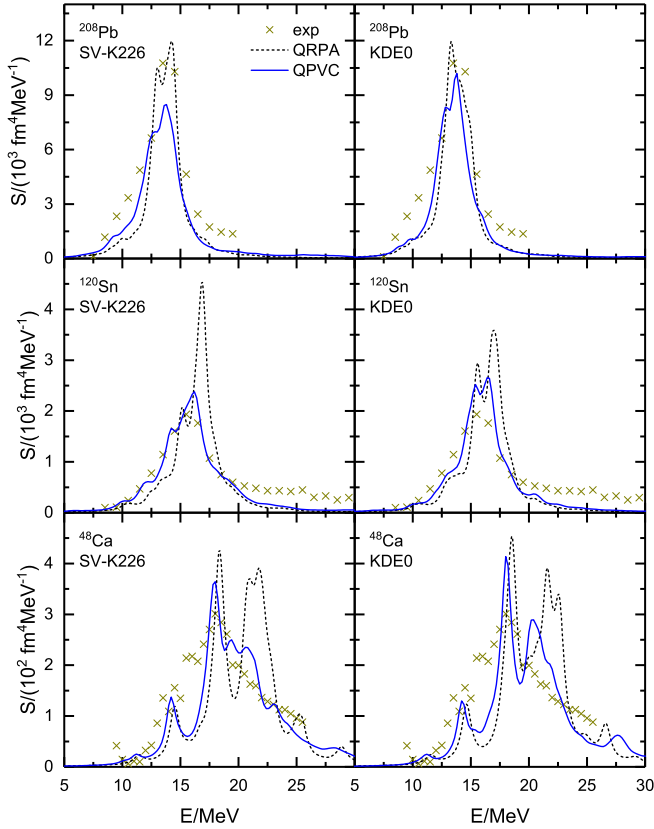


图 4 (Color online) 采用 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论计算的  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{48}\text{Ca}$  中同位旋标量巨单极共振强度分布。左图为采用 Skyrme 参数组 SV-K226 的结果 (取自文献<sup>[46]</sup>), 右图为采用 Skyrme 参数组 KDE0 的结果。土黄色叉号为实验值, 取自文献<sup>[14,30,50]</sup>。黑色虚线为 QRPA 的结果, 蓝色实线为 QPVC 的结果。

两种相互作用对  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  强度函数的描述均得到了明显改善。在  $^{208}\text{Pb}$  中, QRPA 理论给出了与实验相符的巨单极共振能量, 然而宽度略低估实验值。考虑 QPVC 效应后, 巨单极共振能量略微向低能方向移动, 并且给出了较大的宽度, 与实验更加符合。在  $^{120}\text{Sn}$  中, 实验的强度分布呈现单峰结构, QRPA 理论则给出了能量高于实验值的主峰, 以及能量接近实验值的小峰。巨单极共振中心能量比实验值偏大约 0.8 MeV, 即 Sn 同位素链给出的状态方程较软问题, 与文献<sup>[21-22]</sup>一致。考虑 QPVC 效应后, 给出了与实验相符的巨单极共振宽度。更进一步, 巨单极共振中心能量也向低能方向移动了约 0.7–0.8 MeV, 与实验得到很好的吻合。在  $^{48}\text{Ca}$  中, 实验上巨单极共振强度分布同样呈现具有较大共振宽度的单峰结构, 而 QRPA 理论则给出多峰结构, 并高估实验能量。考虑 QPVC 效应后, 峰的位置向低能方向移动, 位于 22 MeV 能量处的峰被很大程度压低, 与实验更为符合。对于  $^{90}\text{Zr}$ , 利用 SV-K226 相互作用, 同样很好地重现了巨单极共振的强度分布<sup>[46]</sup>。

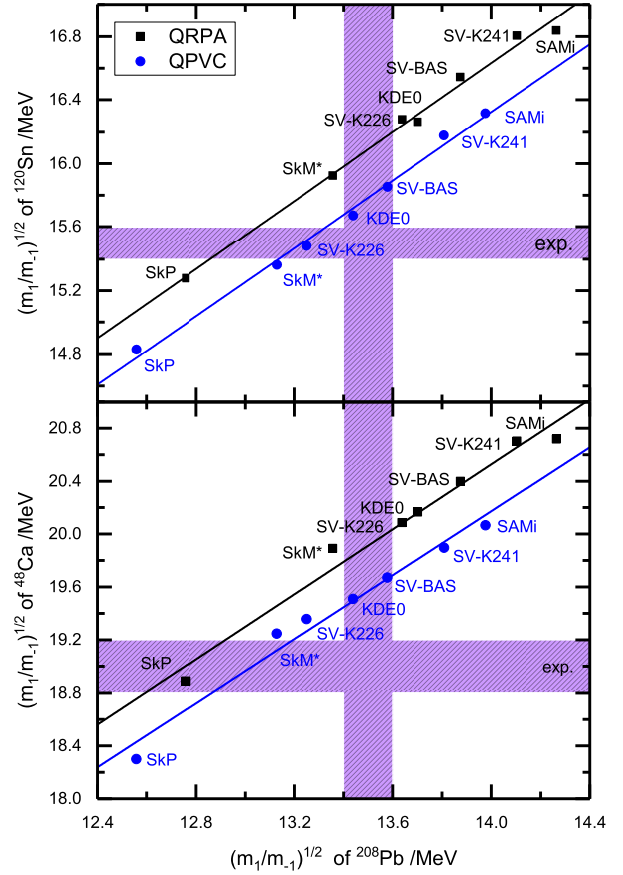


图 5 (Color online)  $^{120}\text{Sn}$  (上图)、 $^{48}\text{Ca}$  (下图) 中巨单极共振能量和  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量的关系, 取自文献<sup>[46]</sup>。其中黑色方形代表 QRPA 理论计算的结果, 蓝色圆形代表 QRPA + QPVC 理论计算的结果, 通过最小二乘法给出了相应的回归直线, 实验值和其不确定度取自文献<sup>[14,30,53]</sup>。

由于不同原子核中均存在巨单极共振能量与核物质不可压缩系数的关系  $E_{\text{ISGMR}} \propto \sqrt{K_{\infty}}$ , 因此可以推测不同原子核的巨单极共振能量之间也应存在线性关联, 如图 5 所示。图中给出了  $^{120}\text{Sn}$  (上图)、 $^{48}\text{Ca}$  (下图) 中巨单极共振能量与  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量的关系, 取自文献<sup>[46]</sup>。其中黑色方形代表 QRPA 理论计算的结果, 蓝色圆形代表 QRPA + QPVC 理论计算的结果, 通过最小二乘法给出了相应的回归直线, 实验值和其不确定度取自文献<sup>[14,30,53]</sup>。采用的 Skyrme 相互作用为 SkP<sup>[54]</sup>、SkM\*、SV-K226、KDE0、SV-bas、SV-K241<sup>[51]</sup> 和 SAMi<sup>[55]</sup>。从图中可以看出, 在 QRPA 理论中, 不同模型计算的  $^{120}\text{Sn}$  (或  $^{48}\text{Ca}$ ) 的巨单极共振能量与  $^{208}\text{Pb}$  的巨单极共振能量之间存在较好的线性关联。这一线性关联表明 Skyrme 相互作用参数组的计算结果均应分布在这条线附近。然而, 与实验值相比可以发现, 这条线离  $^{120}\text{Sn}$  (或  $^{48}\text{Ca}$ ) 与  $^{208}\text{Pb}$  的实验值交叉点较远, 即在 QRPA 理论中无法同时描述  $^{120}\text{Sn}$  (或  $^{48}\text{Ca}$ ) 与  $^{208}\text{Pb}$  的巨单极共振能量。考

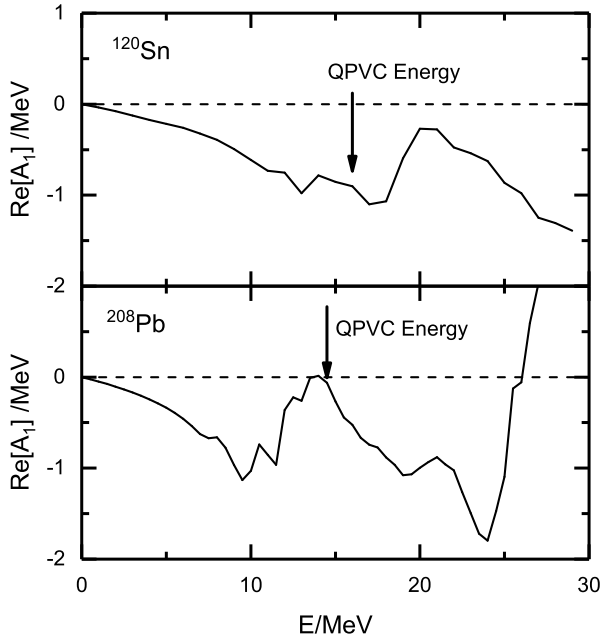


图 6 (Color online)  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中 QPVC 方程自能  $\mathcal{A}_1(E)$  的实部随能量的变化, 采用的相互作用为 SV-K226, 取自文献<sup>[46]</sup>。

考虑 QPVC 效应后, 不同核之间巨单极共振能量的线性关联仍然成立。值得注意的是, 包含 QPVC 效应后, 线性关联给出的直线向实验交叉点大幅度移动, 几乎穿过了实验交叉点。这说明了考虑 QPVC 效应后, 对  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量的同时描述并非来自个别相互作用的巧合, 而是来源于 QPVC 所引入的高阶多体关联效应。

采用相互作用参数组 SV-K226, 考虑 QPVC 后,  $^{208}\text{Pb}$  的巨单极共振中心能量降低了约 0.4 MeV,  $^{120}\text{Sn}$  的巨单极共振中心能量下降了约 0.8 MeV, 这使得 QPVC 理论成功实现了对  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{120}\text{Sn}$  巨单极共振能量的同时描述。文献<sup>[46]</sup>进一步分析了在  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中, QPVC 效应引起巨单极共振能量移动大小不同的原因。在  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{120}\text{Sn}$  中, (Q)RPA 计算的跃迁强度分布由少数几个本征态主导, 取其强度最高的本征态进行分析。此时 QPVC 能量  $E$  满足

$$E_{\text{QRPA}} + \text{Re}\mathcal{A}_1(E) = E, \quad (14)$$

其中  $E_{\text{QRPA}}$  为待分析的 QRPA 本征态, 对于  $^{208}\text{Pb}$  为 14.33 MeV, 对于  $^{120}\text{Sn}$  为 16.88 MeV。  $\text{Re}\mathcal{A}_1(E)$  表示自能  $\mathcal{A}_1(E)$  的实部。该方程的解给出了 QPVC 理论中原子核巨单极共振的能量  $E_{\text{QPVC}}$ , 该能量所对应的自能  $\mathcal{A}_1(E_{\text{QPVC}})$  的实部, 给出了 QPVC 效应带来的能量移动大小。

图 6 给出了  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中 QPVC 方程自能  $\mathcal{A}_1(E)$  的实部随能量的变化, 采用的相互作用为 SV-K226, 取

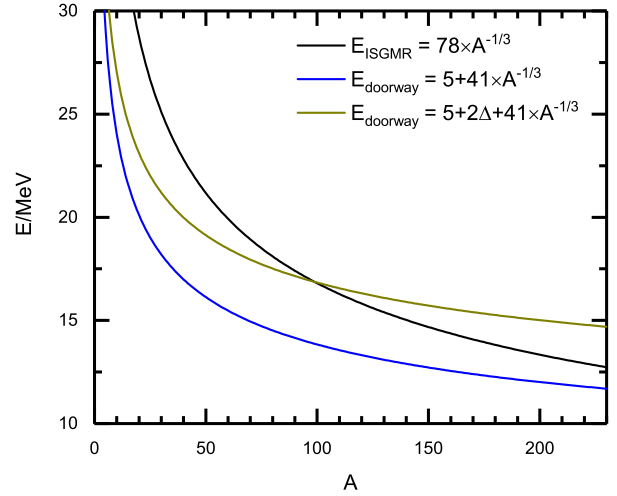


图 7 (Color online) 同位旋标量巨单极共振能量  $E_{\text{ISGMR}}$  的经验公式随质量数  $A$  的变化, 和中间态能量  $E_{\text{doorway}}$  近似公式在包含和不包含对关联效应时随质量数  $A$  的变化, 取自文献<sup>[46]</sup>。

自文献<sup>[46]</sup>。可以发现, 随着能量的增加, 自能总体上有下降的趋势, 这是因为一般随着能量的增加, 两准粒子与声子态可能耦合的数目在增加。因此, 这意味着在更高激发能的位置 QPVC 效应一般会引起更大的能量移动。然而, 某些特殊的两准粒子与声子 (称之为中间态) 具有很大的自能耦合顶点, 在该中间态能量处自能  $\mathcal{A}_1(E)$  会出现一个类奇点行为 (分母趋近于零): 它的实部会有一个迅速的跳跃, 导致自能的实部迅速变大, 如图 6 中 17.5 – 20.0 MeV ( $^{120}\text{Sn}$ )、10.0 – 15.0 MeV ( $^{208}\text{Pb}$ ) 和 24.0 – 27.0 MeV ( $^{208}\text{Pb}$ ) 能量范围所示。

从图 6 可以发现, 对于  $^{120}\text{Sn}$ , 巨单极共振能量  $E_{\text{QPVC}}$  出现在类奇点行为之前, 而对于  $^{208}\text{Pb}$ , 巨单极共振能量  $E_{\text{QPVC}}$  出现在类奇点行为之后。这导致了 QPVC 效应在  $^{120}\text{Sn}$  中引起了较大的移动, 而在  $^{208}\text{Pb}$  中移动则很小。因此, 需要理解中间态能量与巨单极共振能量的相对位置。中间态由声子与两准粒子组态组成。这里最为重要的中间态声子为低激发  $3^-$  声子, 它在  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中有相似的能量, 约 5 MeV 左右。由于声子为奇宇称态, 考虑到宇称守恒, 两准粒子组态也为奇宇称态, 即跨壳激发。对于双幻核 (质子数和中子数均为幻数), 两准粒子组态即一粒子一空穴组态, 激发能约为一个谐振子壳的能量  $41A^{-1/3}$  MeV, 因此中间态的总能量为  $E_{\text{doorway}} = 5 + 41A^{-1/3}$  MeV。对于需要考虑对关联的原子核, 两准粒子组态能量还需要考虑拆散配对粒子的能量贡献  $2\Delta$  MeV, 其中  $\Delta$  为对能隙, 因此, 中间态的总能量为  $E_{\text{doorway}} = 5 + 41A^{-1/3} + 2\Delta$  MeV。另一方面, 原子核巨单极共振能量可以近似为  $78A^{-1/3}$  MeV, 它和中间态能量的关系如图 7 所示。图中给出了同位旋标量巨单极

表 1 QRPA 理论和 QRPA + QPVC 理论计算的  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中同位旋标量巨单极能量与实验数据的偏离  $[|E_c^{\text{theo.}} - E_c^{\text{exp.}}| \text{ (MeV)}]$ , 取自文献<sup>[46]</sup>, 实验值取自文献<sup>[14,30,53]</sup>。

	SkP	SkM*	SV-K	KDE0	SV-bas	SV-K	SAMi
$K_\infty$	201	217	226	229	233	241	245
(Q)RPA							
$^{48}\text{Ca}$	0.11	0.89	1.09	1.17	1.40	1.70	1.72
$^{120}\text{Sn}$	0.22	0.43	0.78	0.76	1.05	1.31	1.34
$^{208}\text{Pb}$	0.74	0.14	0.14	0.20	0.37	0.60	0.76
(Q)PVC							
$^{48}\text{Ca}$	0.70	0.25	0.36	0.51	0.67	0.90	1.07
$^{120}\text{Sn}$	0.67	0.14	0.02	0.18	0.36	0.68	0.82
$^{208}\text{Pb}$	0.94	0.37	0.25	0.06	0.08	0.31	0.48

共振能量  $E_{\text{ISGMR}}$  的经验公式随质量数  $A$  的变化, 以及中间态能量  $E_{\text{doorway}}$  近似公式在包含和不包含对关联效应时随质量数  $A$  的变化, 取自文献<sup>[46]</sup>。可以发现, 在  $^{208}\text{Pb}$  中, 巨单极共振能量高于中间态能量。由于对能隙的存在,  $^{120}\text{Sn}$  中巨单极共振能量小于中间态能量。因此,  $^{120}\text{Sn}$  中 (Q)PVC 效应引起的巨单极共振能量移动要大于  $^{208}\text{Pb}$ 。

在超越平均场层次, 零程核力在计算核物质参数时会出现紫外发散的问题<sup>[56]</sup>, 因此如何准确约束核物质不可压缩系数目前仍是一个开放性问题。然而, 由于采用了 subtraction 方法, QRPA + QPVC 保证了系统的静态性质和平均场一致<sup>[29,57]</sup>, 因此核物质不可压缩系数也应与平均场结果一致。表 1 中给出了 QRPA 理论和 QRPA + QPVC 理论计算的  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  中同位旋标量巨单极能量与实验数据的偏离  $[|E_c^{\text{theo.}} - E_c^{\text{exp.}}| \text{ (MeV)}]$ , 取自文献<sup>[46]</sup>。从表中可以看出, 在 QRPA 理论中, SkP 对  $^{48}\text{Ca}$  和  $^{120}\text{Sn}$  的巨单极共振能量给出了最好的描述, 其不可压缩系数为  $K_\infty = 201 \text{ MeV}$ , 但是它却偏离  $^{208}\text{Pb}$  的巨单极共振能量  $0.74 \text{ MeV}$ 。SkM\*, SV-K226 和 KDE0 对  $^{208}\text{Pb}$  提供了较好的描述, 其不可压缩系数为  $K_\infty = 217 - 229$ , 而它们却高估了  $^{48}\text{Ca}$  和  $^{120}\text{Sn}$  的巨单极共振能量。即 QRPA 理论对核物质不可压缩系数的约束存在矛盾。考虑 QPVC 效应后, SkM\* 和 SV-K226 对  $^{48}\text{Ca}$  提供了较好的描述, SkM\*, SV-K226 和 KDE0 对  $^{120}\text{Sn}$  提供了较好的描述, SV-K226, KDE0 和 SV-bas 对  $^{208}\text{Pb}$  提供了较好的描述。因此, SV-K226 和 KDE0 对三个核均提供了较好的描述, 其相应的不可压缩系数分别为  $K_\infty = 226 \text{ MeV}$  和  $229 \text{ MeV}$ 。这个结果和之前文献中利用 QRPA 理论在  $^{208}\text{Pb}$  中得到的  $K_\infty = 240 \pm 20 \text{ MeV}$  相一致。

#### 4.3 基于相对论密度泛函的自洽 QPVC 理论研究

除了非相对论的 Skyrme 密度泛函理论, 另一种常用的密度泛函理论为相对论密度泛函理论<sup>[60]</sup>。当文

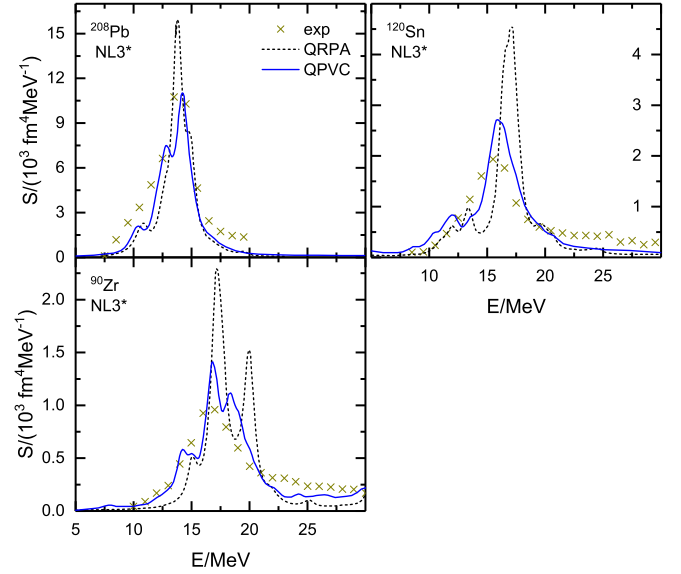


图 8 (Color online) 基于 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论, 采用相对论密度泛函 NL3\* 计算的  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{90}\text{Zr}$  中同位旋标量巨单极共振强度分布。其中, 叉号为实验结果<sup>[58]</sup>, 黑色虚线表示自洽 QRPA 计算的结果, 蓝色实线为 QRPA + QPVC 计算的结果。相关结果取自文献<sup>[59]</sup>。

献<sup>[46]</sup> 出现在预印本文库 (arXiv:2211.01254) 之后 2 个月, 文献<sup>[59]</sup> (arXiv:2212.14766) 采用基于相对论密度泛函的 QRPA + QPVC 理论对巨单极共振强度函数的分布进行了研究, 进一步证实了考虑 QPVC 效应后能够实现  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{120}\text{Sn}$  的统一描述。

图 8 给出了采用相对论密度泛函 NL3\*<sup>[61]</sup>, QRPA 和 QRPA + QPVC 理论计算的  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  和  $^{90}\text{Zr}$  中同位旋标量巨单极共振强度分布。其中, 叉号为实验结果<sup>[58]</sup>, 黑色虚线表示自洽 QRPA 计算的结果, 蓝色实线为 QRPA + QPVC 计算的结果。相关结果取自文献<sup>[59]</sup>。NL3\* 的不可压缩系数  $K_\infty = 258 \text{ MeV}$ 。从图中可以看出, 在 QRPA 理论中, 它可以对  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量给出与实验相符的结果。考虑 QPVC 效应后, 仍然可以对  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量给出较好的描述。对于  $^{120}\text{Sn}$ , QRPA 理论高估了实验巨单极共振能量, 即存在 Sn 同位素链状态方程较“软”的问题。考虑 QPVC 效应后, 可以对  $^{120}\text{Sn}$  巨单极共振的能量给出较好的描述, 说明了 QPVC 效应对 Pb 和 Sn 巨单极共振统一描述具有重要作用。进一步, 图中给出了 QRPA 和 QRPA + QPVC 理论对  $^{90}\text{Zr}$  巨单极共振强度分布的描述。可以发现, QRPA 理论中  $^{90}\text{Zr}$  出现双峰结构, 考虑 QPVC 效应后, 第二个峰和第一个峰距离靠近, 几乎合并成了一个峰, 因此与实验上的强度分布较为一致。

文献<sup>[59]</sup> 认为, 直接理解 QPVC 效应在  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{120}\text{Sn}$  中带来的巨单极共振能量的不同移动较为困难。因此,



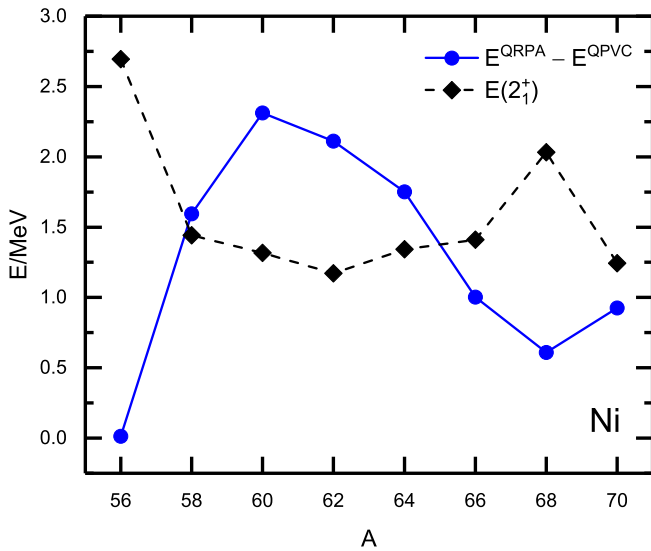


图 9 (Color online) 采用 NL3\* 相互作用 QPVC 效应带来的 Ni 同位素链中巨单极共振能量的移动  $E^{QRPA} - E^{QPVC}$  和实验上第一个  $2^+$  激发能  $E(2_1^+)$  随着质量数的变化。相关结果取自文献<sup>[59]</sup>。

文献<sup>[59]</sup>以 Ni 同位素链为例,分析了 QPVC 效应在开壳核与闭壳核中的不同。图 9 给出了采用 NL3\* 相互作用 QPVC 效应带来的 Ni 同位素链巨单极共振能量的移动  $E^{QRPA} - E^{QPVC}$  以及实验上第一个  $2^+$  激发能  $E(2_1^+)$  随着质量数的变化。从图中可以看出, QPVC 效应带来的巨单极共振能量的移动  $E^{QRPA} - E^{QPVC}$  与  $E(2_1^+)$  有相反的趋势。 $E(2_1^+)$  的减小通常被认为是四极振动集体性增强的体现。因此可以猜测,巨单极共振的能量移动与  $E(2_1^+)$  密切相关。以此类比, $^{120}\text{Sn}$  中  $E(2_1^+) = 1.17\text{MeV}$ , 比  $^{208}\text{Pb}$   $E(2_1^+) = 4.09\text{MeV}$  小很多,也许导致了 QPVC 效应对二者巨单极共振能量的影响不同。该机制与文献<sup>[46]</sup>都认为对关联是导致 QPVC 效应在  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{120}\text{Sn}$  中影响不同的主要原因,然而,文献<sup>[59]</sup>认为对关联主要通过  $2_1^+$  态能量起贡献,而文献<sup>[46]</sup>认为  $3^-$  声子的贡献同样重要,而对关联主要通过对能隙起贡献。

## 5 总结与展望

在原子核同位旋标量巨单极共振的研究中,能够正确描述  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振能量的理论模型往往高估 Sn 同位素链的巨单极共振能量约 1 MeV,这会使得由 Sn 同位素链提取的不可压缩系数比 Pb 小约 30 MeV,从而引发了核物理中的著名谜题“为什么 Sn 同位素链给出的状态方程这么软?”。本文综述了准粒子无规相位近似理论和准粒子振动耦合理论对这一问题的研究。在准粒子无规相位近似理论中,通过考虑对关联效应仅能够部分解释 Sn 同位素状态方程较“软”的问题。在最近的研究中,基于 Skyrme 密度泛函发展了完全自洽的准粒子

无规相位近似+准粒子振动耦合理论,发现考虑准粒子振动耦合效应后,能够实现 Sn 和 Pb 同位素链中巨单极共振的统一描述,很大程度解释了核物理中的著名谜题“为什么 Sn 同位素链给出的状态方程这么软”。这一结论随后在相对论密度泛函框架下得到证实。

目前的研究工作说明了超越两准粒子组态空间对于巨共振的描述十分重要,进一步探究更高阶组态空间对巨共振的影响是值得讨论的问题。

## 参考文献

- [1] ROCA-MAZA X, PAAR N. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2018, 101: 96. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641018300334>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2018.04.001>.
- [2] BURGIO G, SCHULZE H J, NA I V, et al. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2021, 120: 103879. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641021000338>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2021.103879>.
- [3] OERTEL M, HEMPEL M, KLÄHN T, et al. Rev Mod Phys, 2017, 89: 015007. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.89.015007>.
- [4] PEREGO A, LOGOTETA D, RADICE D, et al. Phys Rev Lett, 2022, 129: 032701. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.129.032701>.
- [5] MYERS W, SWIATECKI W. Nuclear Physics A, 1996, 601(2): 141. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947495005099>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(95\)00509-9](https://doi.org/10.1016/0375-9474(95)00509-9).
- [6] LI B A, CHEN L W, KO C M. Physics Reports, 2008, 464(4): 113. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157308001269>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.04.005>.
- [7] HARAKEH M N, WOUDE A. Giant resonances: fundamental high-frequency modes of nuclear excitation: volume 24[M]. Oxford University Press on Demand, 2001.
- [8] BLAIZOT J. Physics Reports, 1980, 64(4): 171. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157380900010>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(80\)90001-0](https://doi.org/10.1016/0370-1573(80)90001-0).
- [9] GARG U, COLÒ G. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2018, 101: 55. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641018300322>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2018.03.001>.
- [10] PANDHARIPANDE V. Phys Lett B, 1970, 31(10): 635. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269370900201>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(70\)90020-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(70)90020-1).
- [11] BLAIZOT J, GOGNY D, GRAMMATICOS B. Nuclear Physics A, 1976, 265(2): 315. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947476903572>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(76\)90357-2](https://doi.org/10.1016/0375-9474(76)90357-2).
- [12] BLAIZOT J, BERGER J, DECHARGÉ J, et al. Nuclear Physics A, 1995, 591(3): 435. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594749500294B>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(95\)00294-B](https://doi.org/10.1016/0375-9474(95)00294-B).
- [13] COLÒ G, VAN GIAI N, MEYER J, et al. Phys Rev C, 2004, 70: 024307. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.70.024307>.
- [14] PATEL D, GARG U, FUJIWARA M, et al. Phys Lett B, 2013, 726 (1): 178. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269313006539>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.08.027>.



- [15] PATEL D, GARG U, ITOH M, et al. Phys Lett B, 2014, 735: 387. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026931400478X>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.06.073>.
- [16] YOUNGBLOOD D H, CLARK H L, LUI Y W. Phys Rev Lett, 1999, 82: 691. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.691>.
- [17] YOUNGBLOOD D H, LUI Y W, CLARK H L, et al. Phys Rev C, 2004, 69: 034315. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.69.034315>.
- [18] UCHIDA M, SAKAGUCHI H, ITOH M, et al. Phys Rev C, 2004, 69: 051301. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.69.051301>.
- [19] KRISHICHAYAN, LUI Y W, BUTTON J, et al. Phys Rev C, 2015, 92: 044323. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.92.044323>.
- [20] GUPTA Y, GARG U, HOWARD K, et al. Phys Lett B, 2016, 760: 482. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269316303628>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.07.021>.
- [21] PIEKAREWICZ J. Phys Rev C, 2007, 76: 031301. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.76.031301>.
- [22] GARG U, LI T, OKUMURA S, et al. Nuclear Physics A, 2007, 788 (1): 36. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947407000814>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2007.01.046>.
- [23] PATEL D, GARG U, FUJIWARA M, et al. Phys Lett B, 2012, 718 (2): 447. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269312011100>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.10.056>.
- [24] HOWARD K, GARG U, ITOH M, et al. Phys Lett B, 2020, 807: 135608. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269320304111>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135608>.
- [25] ROWE D J. Rev Mod Phys, 1968, 40: 153. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.40.153>.
- [26] TERASAKI J, ENGEL J, BENDER M, et al. Phys Rev C, 2005, 71: 034310. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.71.034310>.
- [27] PAAR N, VRETENAR D, KHAN E, et al. Reports on Progress in Physics, 2007, 70(5): 691. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/70/5/r02>.
- [28] LI J, COLÒ G, MENG J. Phys Rev C, 2008, 78: 064304. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.78.064304>.
- [29] TSELYAEV V I. Phys Rev C, 2007, 75: 024306. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.75.024306>.
- [30] LI T, GARG U, LIU Y, et al. Phys Rev Lett, 2007, 99: 162503. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.162503>.
- [31] CIVITARESE O, DUMRAUF A G, REBOIRO M, et al. Phys Rev C, 1991, 43: 2622. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.43.2622>.
- [32] BARTEL J, QUENTIN P, BRACK M, et al. Nuclear Physics A, 1982, 386(1): 79. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947482904031>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(82\)90403-1](https://doi.org/10.1016/0375-9474(82)90403-1).
- [33] KHAN E. Phys Rev C, 2009, 80: 011307. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.80.011307>.
- [34] CHABANAT E, BONCHE P, HAENSEL P, et al. Nuclear Physics A, 1998, 635(1): 231. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947498001808>. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(98\)00180-8](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(98)00180-8).
- [35] CAO L G, SAGAWA H, COLÒ G. Phys Rev C, 2012, 86: 054313. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.86.054313>.
- [36] VESELÝ P, TOIVANEN J, CARLSSON B G, et al. Phys Rev C, 2012, 86: 024303. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.86.024303>.
- [37] KORTEAINEN M, LESINSKI T, MORÉ J, et al. Phys Rev C, 2010, 82: 024313. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.82.024313>.
- [38] KHAN E. Phys Rev C, 2009, 80: 057302. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.80.057302>.
- [39] PIEKAREWICZ J, CENTELLES M. Phys Rev C, 2009, 79: 054311. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.054311>.
- [40] GAMBACURTA D, GRASSO M, CATARA F. Phys Rev C, 2010, 81: 054312.
- [41] GRASSO M, GAMBACURTA D. Phys Rev C, 2020, 101: 064314.
- [42] YANG M J, BAI C L, SAGAWA H, et al. Phys Rev C, 2021, 103: 054308. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.103.054308>.
- [43] SHEN S, COLÒ G, ROCA-MAZA X. Phys Rev C, 2020, 101: 044316. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.101.044316>.
- [44] LYUTOVICH N, TSELYAEV V I, SPETH J, et al. Phys Rev Lett, 2012, 109: 092502. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.092502>.
- [45] ROCA-MAZA X, Y.F.NIU, G.COLO, et al. J Phys G: Nucl Part Phys, 2017, 44: 044001. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6471/aa5669>.
- [46] LI Z Z, NIU Y F, COLÒ G. Phys Rev Lett, 2023, 131: 082501. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.131.082501>.
- [47] LITVINOVA E, RING P, TSELYAEV V. Phys Rev C, 2008, 78: 014312. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.78.014312>.
- [48] TSELYAEV V, SPETH J, KREWALD S, et al. Phys Rev C, 2009, 79: 034309. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.034309>.
- [49] TONDEUR F, BRACK M, FARINE M, et al. Nuclear Physics A, 1984, 420(2): 297. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947484904445>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(84\)90444-5](https://doi.org/10.1016/0375-9474(84)90444-5).
- [50] OLORUNFUNMI S D, NEVELING R, CARTER J, et al. Phys Rev C, 2022, 105: 054319. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.105.054319>.
- [51] KLÜPFEL P, REINHARD P G, BÜRVENICH T J, et al. Phys Rev C, 2009, 79: 034310. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.79.034310>.
- [52] AGRAWAL B K, SHLOMO S, AU V K. Phys Rev C, 2005, 72: 014310. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.72.014310>.
- [53] HOWARD K, GARG U, ITOH M, et al. Phys Lett B, 2020, 801: 135185. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269319309074>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.135185>.
- [54] DOBACZEWSKI J, FLOCARD H, J.TREINER. Nucl Phys A, 1984, 442: 103.
- [55] ROCA-MAZA X, COLÒ G, SAGAWA H. Phys Rev C, 2012, 86: 031306. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.86.031306>.
- [56] MOGHRABI K, GRASSO M, COLÒ G, et al. Phys Rev Lett, 2010, 105: 262501. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.262501>.
- [57] GAMBACURTA D, GRASSO M, ENGEL J. Phys Rev C, 2015, 92: 034303. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.92.034303>.
- [58] GUPTA Y K, HOWARD K B, GARG U, et al. Phys Rev C, 2018, 97: 064323. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.97.064323>.
- [59] LITVINOVA E. Phys Rev C, 2023, 107: L041302. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.107.L041302>.
- [60] J.MENG, H.TOKI, S.G.ZHOU, et al. Prog Part Nucl Phys, 2006, 57: 470.
- [61] LALAZISSIS G, KARATZIKOS S, FOSSION R, et al. Phys Lett B, 2009, 671(1): 36. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269309000814>.

---

S0370269308014500. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.11.070>.

# Unified description of nuclear giant monopole resonances and nuclear matter incompressibility

NIU Yifei<sup>1, 2</sup>, LI Zhengzheng<sup>1, 2</sup>

(1. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

2. Frontiers Science Center for Rare isotope, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China )

**Abstract:** The study of nuclear isoscalar giant monopole resonance (ISGMR) is an important way to constrain nuclear incompressibility coefficient  $K_\infty$ , which provides important information for the understanding of nuclear astrophysics phenomena. At present, there is a serious discrepancy in the unified descriptions of the ISGMR in Pb and Sn isotopes, which prevents us from the accurate determination of  $K_\infty$ . In this paper, we reviewed the recent progress in understanding this problem within the framework of quasiparticle random phase approximation as well as quasiparticle-vibration coupling models.

**Key words:** isoscalar giant monopole resonance; nuclear equation of state; quasiparticle random phase approximation; quasiparticle-vibration coupling effects

---

**Received date:** 08 Apr. 2024; **Revised date:** 08 Apr. 2024

**Foundation item:** Young Scientist Scheme of National Key Research and Development (R&D) Program (2021YFA1601500); Natural Science Foundation of China (12075104)

**Corresponding author:** NIU Yifei, E-mail: [niuyf@lzu.edu.cn](mailto:niuyf@lzu.edu.cn)